

Mathematik im vorschulischen Alltag

(ausführliche Version)

Prof. Dr. Birgit Werner, Pädagogische Hochschule Heidelberg

Kinder machen schon lange vor dem Schuleintritt die Erfahrung, dass Mathematik ihren Alltag durchzieht. Sie entwickeln dabei erstaunliche Kreativität und vielfältige Varianten, um mit Zahlen, Mengen, Längen, Größe und Relationen umzugehen.

Beim **Anziehen** geht es beispielsweise darum, die Kleidungsstücke in der richtigen Reihenfolge (zuerst die Unterwäsche, dann die Hose, den Pullover und die Jacke) anzuziehen. Es sind jeweils paarweise die passenden Schuhe, Strümpfe zu finden. Beim Überstreifen des Pullovers sind die vielen Öffnungen den passenden Körperteilen (Kopf, Arme, Bauch) richtig zuzuordnen, d.h. vorn, hinten, oben und unten zu erkennen. Beim Zuknöpfen der Hemden/Blusen soll jedem Knopfloch genau ein passender Knopf zugeordnet werden (1:1-Zuordnung).

Das **Aufräumen eines Zimmers** verlangt u. a. Klassifikationsleistungen, z.B. sind alle Bücher auf das eine Regal, alle Bausteine in diese Kiste, alle T-Shirts in die obere und alle Socken in die untere Schublade des Schanks einzusortieren.

Auch erste Auf- bzw. Verteilungsstrategien, z.B. beim **Verteilen einer Tüte mit Bonbons** erwerben die Kinder schon lange vor der Einschulung.

Bei **Laufspielen** erleben die Kinder Weg als Längen, machen die Erfahrung, dass sich Wege abkürzen bzw. durch Kurven laufen verlängern lassen. Ebenso erfahren sie die Zusammenhänge zwischen Weg und Zeit: *wenn ich die gleiche Strecke schneller laufe, brauche ich weniger Zeit.*

Auch **Messerfahrungen** selbst gehören zum Erfahrungsbereich der Kinder. Sie vergleichen beispielsweise ihre eigene Körpergröße mit des Freundes oder diskutieren, wessen Haustier usw. größer bzw. kleiner ist. Zunächst erfolgt dieses Messen über einen direkten, häufig erst groben Vergleich. Sie legen ihre Gegenstände nebeneinander und schätzen durch den unmittelbaren Vergleich die Größen ein. Mittels dieses direkten Vergleichs bilden sie eine Reihe, die gleichzeitig auch eine Rangfolge darstellt. Lässt sich dieser direkte Vergleich nicht realisieren, weil z.B. die Objekte nicht direkt nebeneinander gelegt werden können, nutzen die Kinder die Strategie des indirekten quantitativen Vergleichs, d.h. sie setzen einen Gegenstand ein, der als Vergleichsmaß gilt, z.B. eine Stange. Die Länge dieser Stange wird zum Maßstab der anderen Gegenstände und es werden Urteile getroffen wie: der Tisch ist so lang wie diese Stange; ich bin größer als diese Stange. Voraussetzung dafür ist die Einsicht des Kindes in die Transitivität, d.h. wenn die Stange größer ist als der Tisch und der Tisch breiter ist als die Stuhllehne, dann ist die Stange auch breiter als die Stuhllehne. Erst in einer letzten Stufe nutzen die Kinder beim Messen konventionelle Einheiten, z.B. eines Meterstabs.

Beim **Tischdecken** ist es wichtig, nicht nur genau so viele Teller, Gläser usw. wie Personen hinzustellen, sondern diese Geschirrtteile auch gleichmäßig auf je eine Person zu verteilen. Beim Tischdecken für 4 Personen muss sichergestellt werden, dass jeder der vier Personen genau einen Teller, ein Glas usw. bekommt, gleichzeitig müssen aber insgesamt 4 Teller, Gläser usw. zur Verfügung stehen.

Nahezu alle **Karten-, Brett- und Würfelspiele** enthalten mathematische Strukturen. Es wird das simultane Erfassen oder auch das Abzählen ebenso gefordert wie das Klassifizieren oder das Reihenbilden. Ebenso fördert es die Einsicht in die Notwendigkeit und Sinnhaftigkeit von Regeln, denn erst wenn alle Mitspieler die Regeln kennen und akzeptieren, wird das Spiel möglich.

Beim **Kartenspielen** sind die Spielkarten nach vorgegebenen Regeln gleichmäßig zu verteilen. Die Verteilung der Karten selbst fordert auch mathematische Kompetenzen. Die Karten lassen sich einzeln (über die Stück-für-Stück-Verteilung), paarweise oder auch in Dreiergruppen verteilen. Quartette bilden bedeutet, die Karten nach bestimmten Merkmalen zu klassifizieren. In andern Spielen sind auf- oder absteigende Reihen zu bilden.

Bei **Würfelspielen** ist die Zahl der Würfelaugen zusammen zu zählen und in Spielzüge umzusetzen. Spielzüge können einzeln oder gebündelt vollzogen werden. Die Spielfelder lassen sich als Gesamtmenge nutzen (z.B. vier Felder auf einmal vorrücken) oder auch jedes Feld einzeln setzen. Die Kinder lernen, auf einen Blick Mengen zu erfassen wie z.B. die Anzahl der Würfelaugen.

Zahlen in Form von **Zahlwörtern und Ziffernsymbolen** begegnen den Kindern im Alltag auf vielfältigste Art und Weise: Haus- und Telefonnummern, Alters-, Preis-, Mengen- und Längenangaben usw. sind in nahezu allen Lebenssituationen zu finden.

Besonders häufig tauchen in unserem Alltag Zahlen und Ziffernsymbole als Codierung auf, z.B. Zahl als Telefon-, PIN-Nummer usw. In diesem Kontext benutzen Kinder die Zahlwörter, jedoch haben sie keine Bedeutung für das spätere schulische Rechnen. Auch in den Märchen spielen Zahlen eine große, hier häufig eine emotional besetzte Rolle: z.B. 3 Rätsel, 7 Zwerge, die 13. Fee usw.

Die Kinder erlernen sehr früh die **Zahlwortreihe**. Kinder benutzen Zahlwörter besonders gern, weil sie im Wortschatz der Erwachsenen häufig vorkommen und Kinder so ‚wie die Erwachsenen‘ sprechen. Mit dem Beginn des Sprechen-Lernens erlernen die Kinder die Zahlwortreihe ähnlich einem Gedicht oder einem Reim. Die Kinder benutzen Zahlwörter, jedoch ohne ein Mengen- oder Zählverständnis. Später können die Kinder mit Hilfe der Zahlwortreihe (und meist zusammen mit Antippen der Finger) eine Menge auszählen und das richtige Zahlwort zuordnen. Das Rückwärts- und in Schritten Zählen bildet sich danach heraus. Im Grundschulalter erkennen die Kinder dann, dass Zahlen auch den Abstand zwischen zwei Zahlen beschreiben können, d.h. sie erkennen, dass der Abstand zwischen 3 und 6 genau groß ist, wie der Abstand zwischen 7 und 10.

Kinder finden tagtäglich Situationen, in denen Zahlen mit **Maßangaben** verknüpft werden: „Meine Lieblingssendung dauert 30 Minuten“ oder: „*Eine Kugel Eis kostet 70 ct*“. Ebenso benutzen sie die Zahl zu Beschreibung des Vielfachen eines Vorgangs: „*Ich muss noch 3mal schlafen, bis ich Geburtstag habe*“.

Kinder verfügen schon vor der Schule über die ersten situationsgebundenen **Rechenfähigkeiten**, z.B.: „*Wenn ich 2 € habe und Oma gibt mir noch 3 € dazu, dann habe ich 5 €*“. Oder:

„Wenn ich von meinen 5 Bonbons 3 aufesse, habe ich nur noch 2“ oder auch „Ich weiß, dass 5 und 5 zusammen 10 sind“.

Dieses Rechnen wird meist bis in die Grundschulzeit hinein durch den Umgang mit Fingern unterstützt. Dabei lassen sich interessante Entwicklungen beobachten. Während in einem frühen Alter die Kinder bei Additionsaufgaben zunächst beide Teilmengen einzeln (meist an den Finger je einer Hand) auszählen und dann noch einmal die Gesamtmenge abzählen, lässt sich später beobachten, dass dieselbe Aufgabe über das Weiterzählen gelöst wird. Noch später erkennen sie dann, dass es sich leichter und schneller rechnet, wenn man die Finger einer Hand nicht immer wieder einzeln abzählt, sondern schon 3 oder 5 Finger 'auf einen Blick' sieht. Oft nutzen die Kinder die Struktur der Hände und wissen, dass 5 Finger an einer Hand sind, die nicht mehr einzeln abgezählt werden müssen.

Kindern begegnet Mathematik tagtäglich und sie haben Freude daran, sich mit diesen Fragen auseinander zu setzen. Gelingt es, diese Neugier, diesen Lerneifer, die mathematischen Entdeckungen der Kinder zu unterstützen und zu fördern, so geben wir ihnen die bestmöglichen Voraussetzungen für das schulische Mathematik-Lernen. Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen zu fördern bedeutet, den Kindern Gelegenheit zu geben, sich ihrer Umgebung mit Mengen, Längen, Zahlen auseinanderzusetzen und Mathematik im alltäglichen Handlungsablauf zu erkennen.

Diese vielfältigen individuellen Vorerfahrungen sind eine wichtige Basis für das Erlernen der formalen Mathematik, d.h. der Abstraktion von und der symbolischen Darstellungen dieser Alltagserfahrungen. In der Mathematik wird z.B. das Bauen eines Turmes mit Bausteinen mathematisch als Additionsaufgaben $1+1+1$ usw. dargestellt. Mit Hilfe unserer mathematischen Zeichen und Begriffe (+, -, =) lassen sich auf einer formal-abstrakten Ebene viele diese Alltagserfahrungen und -vorgänge beschreiben.

Für den schulischen Lernerfolg haben sich folgende mathematische Bereiche als bedeutsam erwiesen:

- Klassifikationsleistungen, d.h. Mengen herstellen, bestimmen und vergleichen („Das ist mehr/weniger; gleich viel“ usw.)
- Seriationsleistungen, d.h. Muster und Symmetrien sowie Rang- bzw. Reihenfolgen bilden

- Zahlwissen und Zählfertigkeiten,
- die Einschätzung von Größenrelationen („Was ist länger, kürzer, breiter/schmäler, höher/kleiner?“),
- die Wahrnehmungskonstanz, Invarianz (5 Murmel sind immer 5 Murmeln, auch wenn sie anders angeordnet sind),
- Einsicht in die Zerlegbarkeit von Mengen/Zahlen bzw. in die Teil-Ganzes-Beziehung
- räumliche Vorstellungsleistungen: Raum-Lage-Beziehungen, Rechts-Links-Orientierung (Ganser 2004; Lorenz 2003; Kaufmann 2003; Krajewski, 2003; Caluori 2004, Gerster 2003; Fritz & Ricken 2007)

In folgende Alltagssituationen lassen sich diese mathematisch relevanten Bereich fördern:

Klassifizieren und Sortieren (Mengen herstellen, bestimmen und vergleichen):

Kinder ordnen alltägliche Materialien (Spielzeug, Steine, Naturmaterialien, Schrauben, Knöpfe usw.) in selbst gewählte Kategorien ein. Kinder sollen ihre Spielsachen selbst sortieren, einräumen und ihre Kriterien erklären können. Während des Tischdeckens, Wäsche Sortierens, Besteck Einräumens usw. sollen Kinder helfen und sich von den Eltern die gewählten Ordnungskriterien begründen lassen. Beim Einkaufen können Kinder die Ordnungs-, Klassifikationskriterien eines Supermarktes entdecken: *„Dort in diesem Regal findet sich immer das Obst/Gemüse, in einem andern Regal stehen immer Milch und Milchprodukte.“* Spiele wie 'Ich sehe was, was du nicht siehst', Quartett-, Lege-, Würfelspiele z.B. 'Mensch-ärgere-dich-nicht', 'Speed', 'Halli-Galli' (ein Legespiel zu Obstsorten); 'Ligretto' (ein Zuordnungsspiel zu Anzahl, Farbe und Form) fördern besonders diese Klassifikationsfähigkeiten.

Muster und Symmetrie (Reihenbildung):

Das Entdecken von Mustern ist hilfreich, um Zusammenhänge und Regelmäßigkeiten in der Mathematik (Mathematik als Muster) erfassen zu können. Unser Alltag sowie unser immer wiederkehrender Lebensrhythmus bestehen aus Regelmäßigkeiten und Mustern: Wochentage, Tages- und Jahreszeiten usw. Auch die Entdeckung musikalischer und auch Zählrhythmen wie „2 – 4 – 6 – 8 – 10“ oder das Zählen in 5er Schritten „5 – 10 – 15 – 20 – 25“ gehören dazu. Die Kinder erkennen Muster in der Umgebung (z.B. auf Handtüchern, Tischdecken, Gardinen, Fußbodenbelägen), setzen diese fort bzw. entwerfen selbst Muster (Per-

[Prof. Dr. B. Werner; PH Heidelberg](#)

lenketten aufziehen, Karten gestalten). Kinder können Reihenfolgen herstellen, z.B. Familienmitglieder nach dem Alter, nach der Körpergröße ordnen; bei Wettspielen benennen, wer 'Erster, Zweiter, Dritter' geworden ist. Viele Lauf- und Wettspiele agieren in einer regelhaften Abfolge; die Beteiligung der Spieler wird wiederum häufig nach dem Zufallsprinzip ausgelost („Wer die höchste Zahl gewürfelt hat, beginnt“).

Zahlwissen und Zählfertigkeiten:

Kindern begegnen in ihrer Umgebung Ziffernsymbolen; sie zählen gerne Gegenstände ab. Die Kinder sollen Ziffernsymbole in der Umwelt suchen: *Wo überall stehen Zahlen? Wo gibt es große/kleine Zahlen? Was bedeuten die Zahlen auf der Uhr, dem Kalender, der Haustür, dem Telefon, der Zuckertüte usw.*

Überlegungen wie „*Wer kann am weitesten zählen?*“, „*Zähle rückwärts*“, „*Welche Zahl ist die größte?*“, „*Welche Zahlen sind für dich wichtig?*“ (Lebensalter, Haus- und Telefonnummer u.ä.) fordern zum reflektierten Umgang mit Zahlen heraus.

Spiele wie 'Elfer raus', Abzählreime, paarweises Zählen (Zählen in Zweier-Schritten), Seilspringen, 'Himmel & Hölle', Zahlendomino unterstützen den vielseitigen Gebrauch von Zahlworten und Ziffernsymbolen.

Gespräche sollen zum Nachdenken über mathematische Phänomene im Alltag anregen und/oder auch Mengen, Längen, Zeiten, Relationen geschätzt werden, z.B. „*Was meinst du, wie alt du in zwei Jahren bist, und wie alt dann Mama/Papa sind? Gibt es in deinem Kinderzimmer mehr Bücher oder mehr Autos? Sind wir schneller, wenn wir mit der Bahn oder dem Auto zur Oma fahren? Wie alt bist du, wenn du doppelt so alt bist wie jetzt?*“.

Räumliches Vorstellungsvermögen; Raum-Lage-Beziehungen:

Der Umgang mit verschiedensten geometrischen Formen und Körpern wie Spielzeuge, Bausteine, Verpackungen und das Verstehen von Begrifflichkeiten wie 'oben, unten, neben, in, auf' unterstützt die Raumorientierung. Türme aus Bausteinen bauen, sich auf Klettergerüsten bewegen, in Kisten/Karton hineinkriechen, sich vorwärts-, rückwärts zu bewegen, rechts und links unterscheiden („mein rechter Platz ist leer“) - all diese Aktivitäten fördern diese Kompetenzen.

Messen und Wiegen (Umgang mit Größen/Größenrelationen):

Kinder sammeln hier grundlegende Erkenntnisse über die Bedeutung von Maßangaben. Sie entwickeln erste Vorstellungen über gebräuchliche Maße wie z.B. „1 l ist so viel wie ein Tetrapack Milch“, „Was bedeutet die Zahl, die erscheint, wenn ich mich auf die Waage stelle?“, „1 kg ist so schwer wie eine Tüte Zucker“. „Ich bin so groß wie 1m“. Auch Fragen zum Vergleich bieten sich hier an: „Bin ich so groß wie der Tisch?“. „Bin ich so schwer wie eine Tüte Zucker?“.

Gerade der Alltagsbereich ‚Küche‘ unterstützt die Entwicklung realer Vorstellungen von Gewichts- und Volumeneinheiten wie Liter, Gramm oder Kilogramm sowie deren Beziehungen untereinander z.B. $\frac{1}{2}$ kg, $\frac{1}{4}$ Liter usw. Lassen Sie die Kinder umrühren, abwiegen, abmessen, umschütten, umrühren, Zahlen in Rezepten finden usw.

Zu empfehlen ist auch, den Kindern früh eine überschaubare Summe Taschengeld zu geben, über die die Kinder selbständig verfügen können. Fragen wie „Was kannst du dir für 50 ct kaufen?“; „Wenn du dir etwas für 2 € kaufen möchtest, wie viel mal brauchst du 50 ct?“ unterstützen den bewussten und reflektierenden Umgang mit Geld.

Das (Vor)lesen, Erzählen, Nacherzählen von Geschichten bildet Vorstellungen über zeitliche Reihenfolgen z.B. von Ereignissen heraus.

Die Planung eigener Spiele, das Entwickeln von Spielregeln, das Treffen von Vereinbarungen fördert Einsichten in regelhafte Strukturen, die Hypothesenbildung über mögliche kommende Ereignisse und Abläufe.